

Exercice 1

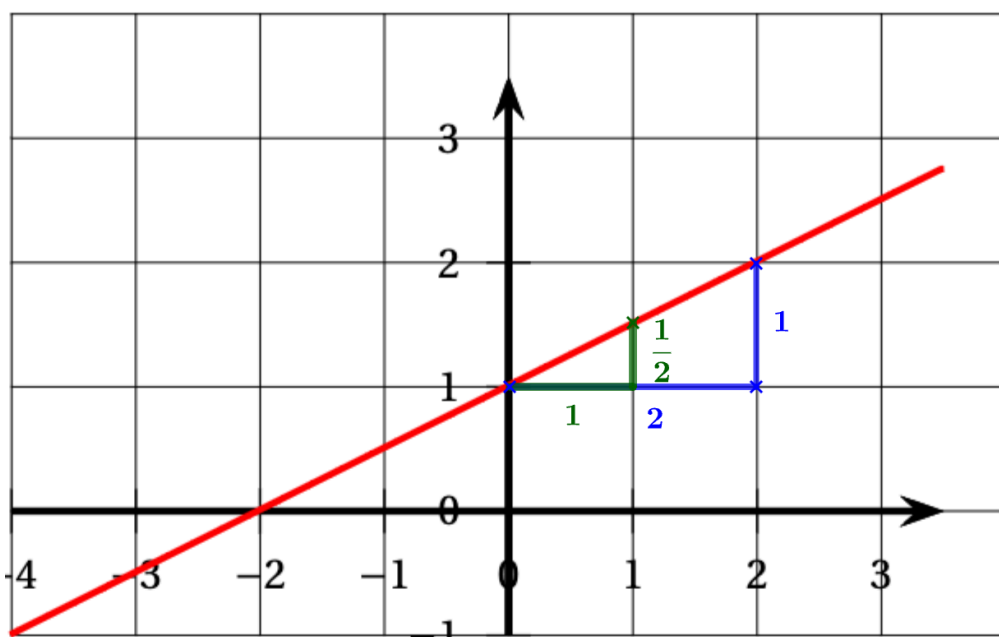
1. Le côté le plus grand étant $[AC]$, si le triangle ABC est rectangle, il ne peut l'être qu'en B.

$$\text{On a : } AC^2 = 29^2 = 841 \text{ et } AB^2 + BC^2 = 20^2 + 21^2 = 841$$

$$\text{Donc : } AB^2 + BC^2 = AC^2$$

Donc, d'après **la réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle en B.

2.



La fonction f est représentée par une droite, il s'agit donc d'une fonction affine.

Donc, par définition, il existe deux nombres a et b tels que :

$$\text{Pour tout nombre } x, f(x) = ax + b$$

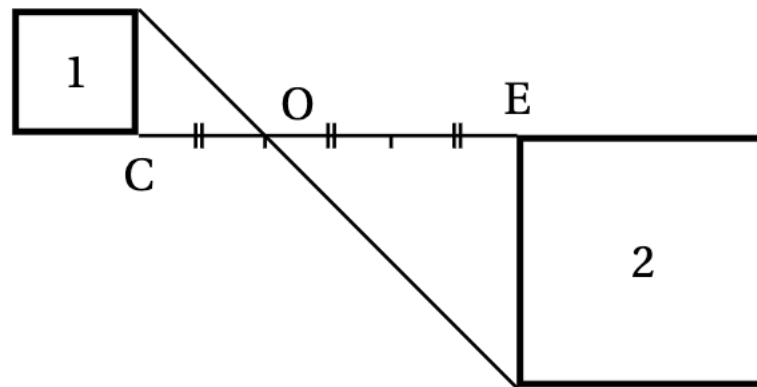
Nous allons maintenant déterminer graphiquement a et b .

La droite représentative de f passe par le point de coordonnées $(0 ; 1)$, donc $b = 1$ (ordonnée à l'origine).

Par lecture graphique, on observe que si l'abscisse croît de 2, alors l'ordonnée croît de 1 donc si l'abscisse croît de 1 alors l'ordonnée croît de $\frac{1}{2}$. Donc $a = \frac{1}{2}$ (coefficient directeur).

Finalement, pour tout nombre x , $f(x) = \frac{x}{2} + 1$

3.



Le carré 2 est l'image du carré 1 par une homothétie de centre O

On a de plus :

- $OE = 2 \times OC$
- $E \in (OC)$ et $E \notin [OC)$

Donc le rapport de cette homothétie est -2.

4. Le cocktail Bora-Bora est composé de jus d'ananas, de jus de fruit de la passion et de jus de citron dans le ratio de 10 : 6 : 2.

- $10 + 6 + 2 = 18$
- $\frac{90}{18} = 5$
- $5 \times 6 = 30$

Conclusion : pour réaliser 90 cL de ce cocktail, il faudra 30 cL de jus de fruit de la passion.

NB : on pouvait aussi remarquer que le volume de jus de la passion était égal au tiers du volume total.

5. On décompose 408 et 168 en produits de facteurs premiers :

$$408 = 2^3 \times 3 \times 17 \text{ et } 168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$\text{Donc } PGCD(408; 168) = 2^3 \times 3 = 24$$

Le plus grand nombre de sacs qu'il peut ainsi remplir est 24.

NB : on peut aussi vérifier, en essayant, que 24 est, dans la liste fournie, le plus grand diviseur commun de 168 et 408.

Exercice 2

1. Entre 1992 et 2021, les éditions 2004, 2008, 2012, 2016 et 2021 ont eu un coût réel supérieur ou égal à 10 milliards d'euros. Il y en a donc eu 5.
2. La différence entre le coût réel et le coût prévisionnel a été de 7,5 milliards d'euros ($16,5 - 9$).

Coût prévisionnel (initial) en milliards d'euros	9	100
Augmentation en milliards d'euros	7,5	x

$$x = \frac{7,5 \times 100}{9} \approx 83,3$$

Le pourcentage d'augmentation entre le coût prévisionnel et le coût réel lors de l'édition des JO de Rio de Janeiro 2016 a été d'environ 83% (arrondi à l'unité).

3. On calcule la moyenne :

$$m = \frac{9,3 + 2,3 + 5,5 + 10 + 31 + 11 + 16,5 + 12,1}{8}$$

$$m \approx 12,2$$

Le coût réel moyen entre 1992 et 2021 est de environ 12,2 milliards d'euros, arrondi au dixième de milliard.

4. a. Tout d'abord, c'est faux puisque pour 5 éditions sur 8, le coût réel a été inférieur strictement à 12,2 milliards d'euros.

Remarque : le journaliste confond en fait les notions de moyenne et de médiane.

b. On appelle x le coût prévisionnel, en milliards d'euros, des JO de Paris.

On souhaite que le coût prévisionnel moyen, en milliards d'euros, soit égal à 5,5.

On doit donc avoir : $\frac{3,5 + 1,8 + 3 + 5,3 + 2,6 + 4,8 + 9 + 13 + x}{9} = 5,5$

Donc $3,5 + 1,8 + 3 + 5,3 + 2,6 + 4,8 + 9 + 13 + x = 9 \times 5,5$

Soit $43 + x = 49,5$

Et finalement $x = 49,5 - 43 = 6,5$

Le coût prévisionnel des JO de Paris 2024 qu'elle devrait annoncer est de 6,5 milliards d'euros.

Exercice 3

1. a. Dans le triangle ABC, rectangle en C, d'après **le théorème de Pythagore** :

$$AB = \sqrt{15^2 + 27^2} = \sqrt{954} \approx 30,9$$

La distance entre Alyssa et le bord de la piscine est d'environ 31 mètres (arrondi au mètre près).

b. **On sait que :**

- F, J, D d'un part et F, H, E d'autre part sont alignés.
- (JH) et (DE) sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à (FE).

D'après **le théorème de Thalès**, on a :

$$\frac{FJ}{FD} = \frac{FH}{FE} = \frac{JH}{DE} \text{ soit } \frac{15}{FD} = \frac{7}{18} = \frac{JH}{DE}$$

$$\text{D'où } FD = \frac{18 \times 15}{7} = \frac{270}{7} \text{ m}$$

$$\text{Puis } JD = FD - FJ = \frac{270}{7} - 15 = \frac{165}{7} \text{ m}$$

Jules se trouve à $\frac{165}{7}$ m du bord de la piscine soit environ 24 m par arrondi au mètre près.

c. On en déduit que c'est Jules qui est le mieux placé (il est plus près du bord de la piscine).

2. Dans le triangle ABC, rectangle en C, on a :

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC} = \frac{15}{27}$$

D'où $\widehat{ABC} \approx 29^\circ$ par arrondi au degré près.

L'angle ne dépassant pas 35° , la norme est bien respectée.

3. Il s'agit d'une situation de proportionnalité entre les grandeurs aire et énergie.

L'aire d'un panneau photovoltaïque est égale à $1,7 \times 1 = 1,7 \text{ m}^2$

Énergie produite (en KWh)	350	x
Aire (en m^2)	1,7	4 678,4

$$x = \frac{350 \times 4678,4}{1,7} = 963200$$

L'énergie produit est par l'ensemble des panneaux photovoltaïques du toit du Centre Aquatique Olympique est de 963 200 kilowattheures.

4. Il s'agit d'une situation de proportionnalité entre les grandeurs volume et énergie.

Le volume de la piscine est égal à $50 \times 25 \times 3 = 3750 \text{ m}^3$

Énergie nécessaire pour chauffer l'eau de 18° à 26° (en KWh)	9,3	y
Volume d'eau (en m^3)	1	3750

$$y = 9,3 \times 3750 = 34875$$

Il faut 34875 kWh pour chauffer toute l'eau de la piscine olympique jusqu'à 26° .

Exercice 4

1.

	3	5
5	15	25
2	6	10
3	9	15

2. La probabilité d'obtenir 15 est de $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

3. Il y a 4 issues qui sont des multiples de 3 : 15, 15, 6 et 9.

Donc la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

4. On peut utiliser les décompositions en produits de facteurs premiers :

$$165 = 3 \times 5 \times 11 \text{ et } 78 = 2 \times 3 \times 13$$

11 et 13 étant des nombres premiers et n'étant pas dans les deux premières boîtes, ils doivent nécessairement se trouver dans la troisième.

Exercice 5

Partie A

1. $f(-4) = (-4 + 2)^2 - (-4) = 4 + 4 = 8$

2. $x = \frac{3 - 4}{7} = -\frac{1}{7}$

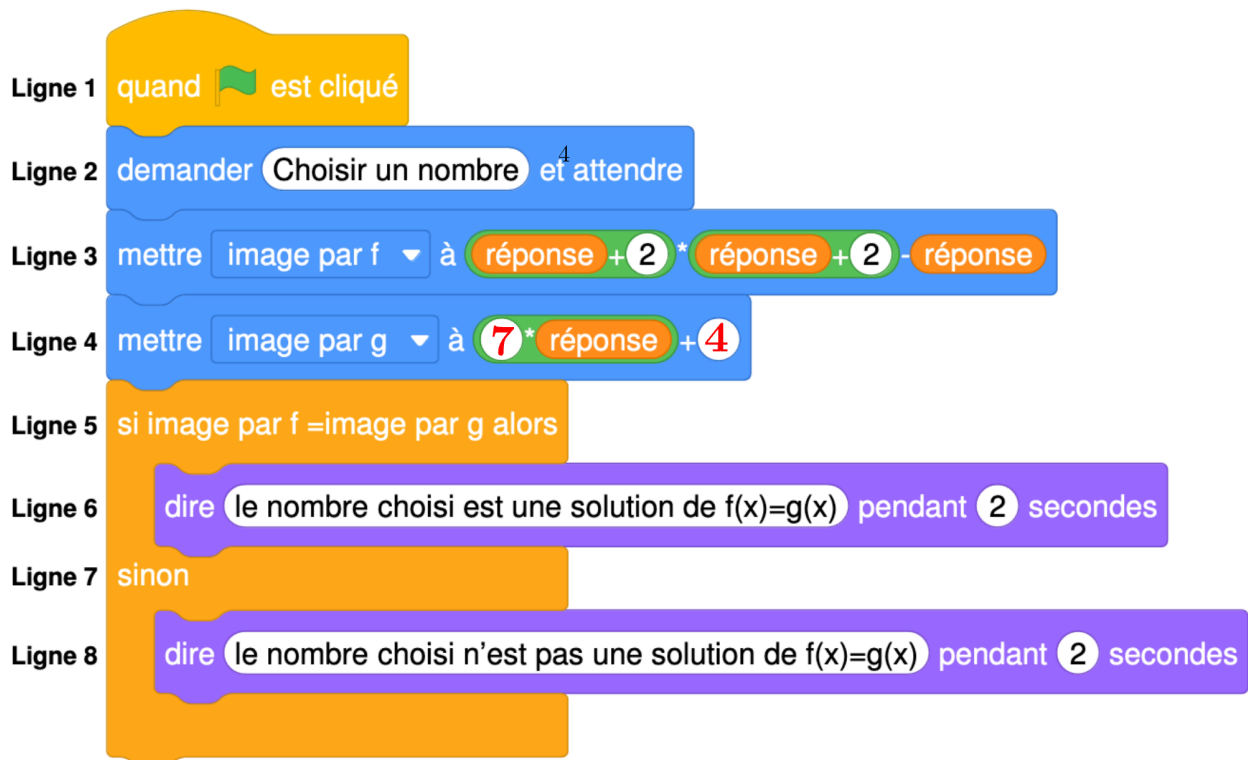
Un antécédent de 3 par f est $-\frac{1}{7}$ (c'est d'ailleurs le seul).

Partie B

1. a. Dans la cellule B3, une formule qui a pu être saisie et qui peut être étirée vers la droite est $=7*B1+4$

b. Avec cette méthode, on constate que 0 est une solution de l'équation (mais il peut y en avoir d'autres).

2. a.



b. Comme $f(0) = g(0) = 4$

Si on choisit le nombre 0, le programme va écrire « le nombre choisi est une solution de $f(x) = g(x)$ ».

c. Une solution de l'équation $f(x) = g(x)$ est 0.

3. a.

$$f(x) = g(x)$$

$$\text{donc } (x + 2)^2 - x = 7x + 4$$

$$\text{donc } (x + 2)(x + 2) - x = 7x + 4$$

$$\text{donc } x^2 + 2x + 2x + 4 - x = 7x + 4$$

$$\text{donc } x^2 + 3x + 4 = 7x + 4$$

$$\text{donc } x^2 + 3x + 4 - 7x - 4 = 0$$

$$\text{donc } x^2 - 4x = 0$$

b. Pour tout nombre x , on a : $x^2 - 4x = x \times x - 4 \times x = x(x - 4)$

c. Résoudre $f(x) = g(x)$ revient donc à résoudre l'équation produit nul $x(x - 4) = 0$

$$x(x - 4) = 0$$

Théorème : si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

$$\text{Donc: } x = 0 \text{ ou } x - 4 = 0$$

$$\text{Donc } x = 0 \text{ ou } x = 4$$

$$\textbf{Vérification : } 0 \times (0 - 4) = 0 \text{ et } 4 \times (4 - 4) = 0$$

Conclusion : l'équation $f(x) = g(x)$ a deux solutions 0 et 4.

4. Résoudre une équation c'est, par définition, trouver toutes les solutions de cette équation.

Les deux élèves n'ayant trouvé qu'une seule solution parmi les deux n'avaient donc pas résolu l'équation.