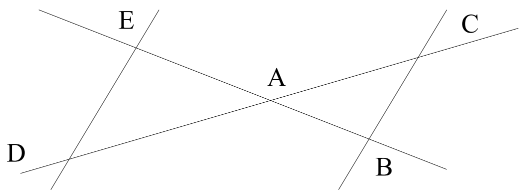
Chapitre 1 : Théorème de Thalès.

1. Théorème de Thalès.

1.1. Conjecture



Hypothèses :

a. Les droites (ED) et (BC) sont parallèles.

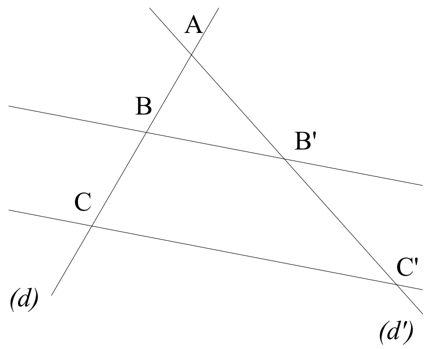
b. Les droites (CD) et (BE) sont sécantes en A.

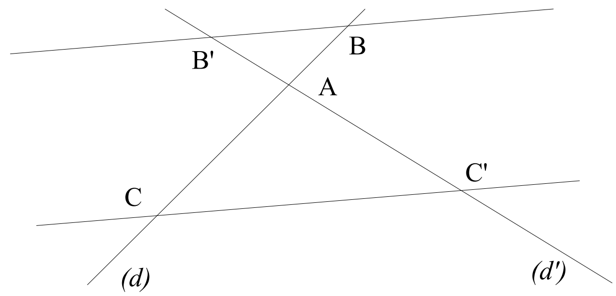
Dans l'exercice n°2.1, on a formulé la conjecture suivante :

Conjecture : il semble qu'avec les hypothèses ci-dessus, on ait : $\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}=\frac{BC}{DE}$

1.2. Enoncé des théorèmes

Dans l’exercice 2.2, on a démontré partiellement les deux propriétés suivantes :





Théorème 1 : Théorème de Thalès :

Soient *(d)* et *(d’)* deux droites sécantes en A.

Soient B et C deux points de *(d)* distincts de A.

Soient B’ et C’ deux points de *(d’)* distincts de A.

Si les droites (BB’) et (CC’) sont parallèles, alors $\frac{AB}{AC}=\frac{AB'}{AC'}$

Théorème 2 :

Soient *(d)* et *(d’)* deux droites sécantes en A.

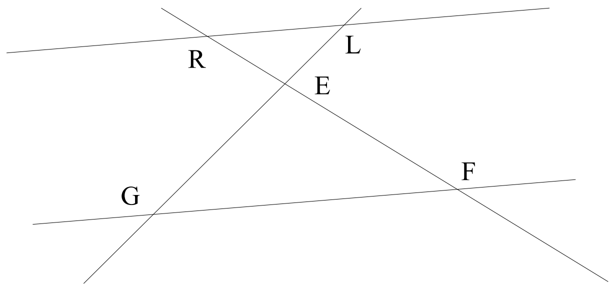
Soient B et C deux points de *(d)* distincts de A.

Soient B’ et C’ deux points de *(d’)* distincts de A.

Si les droites (BB’) et (CC’) sont parallèles, alors $\frac{AB}{AC}=\frac{AB'}{AC'}=\frac{BB'}{CC'}$

Remarque : Dans la pratique, on utilise surtout le théorème n°2 que l’on appelle abusivement théorème de Thalès.

2. Utilisation du théorème de Thalès pour calculer des longueurs



Données :

- Les droites (RF) et (LG) sont sécantes en E.
- Les droites (LR) et (FG) sont parallèles.
- ER = 7 cm ; EF = 14 cm ; EL = 3 cm
  et FG = 20 cm

Question : **Calculer les longueurs LR et EG.**

On sait que

- Les droites (LG) et (FR) sont sécantes en E.
- Les droites (LR) et (FG) sont parallèles.

***D'après* le théorème de Thalès, on a :**

$$\frac{ER}{EF}=\frac{EL}{EG}=\frac{RL}{FG} \quad \textbf{soit} \quad \frac{7}{14}=\frac{3}{EG}=\frac{RL}{20}$$

On en déduit que :

$$EG=\frac{3\times14}{7}=\frac{3\times7\times2}{7\times1}=6 \quad \text{et} \quad LR=\frac{20\times7}{14}=\frac{2\times10\times7}{7\times2}=10$$

Conclsuion : EG et LR sont respectivement égales à 6 cm et 10 cm.

Chapitre 2 : Arithmétique 1.

1. Diviseurs et multiples d'un nombre entier

1.1 Définitions

On a 13 416 = 258×52

On dit alors que : 258 (52) est **un diviseur** de 13 416 ou 13 416 est **un multiple** de 52 (258) ou 13 416 est **divisible par** 258 (52) .

Définition:

Un nombre entier *b* est un diviseur du nombre entier *a* signifie qu' il existe un nombre entier *c* tel que : $a = b \times c$.
Dans ce cas, on dit aussi que *a* est divisible par *b* ou que *a* est un multiple de *b*.

Exercice : Trouver tous les diviseurs de 72.

$72 = 1 \times 72 = 2 \times 36 = 3 \times 24 = 4 \times 18 = 6 \times 12 = 8 \times 9$

Les diviseurs de 72 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 et 72.

Remarque : il faut utiliser les critères de divisibilité.

1.2Propriétés

Dans l'exercice 1.2, on a démontré la propriété suivante :

Propriété

Un diviseur commun de deux nombres entiers est aussi un diviseur de leur somme et de leur différence (on soustrait le plus petit des deux nombres au plus grand)

2. Le plus grand diviseur commun de deux nombres

On admet la propriété suivante :

Propriété :

Pour tous nombres entiers *a* et *b*, il existe un plus grand diviseur commun.

Définition:

***a* et *b* étant deux nombres entiers. Le plus grand diviseur commun de *a* et *b* est appelé le PGCD de ces nombres et on le note PGCD(*a* ; *b*).**

Exemple

1. Trouver le PGCD de 70 et 98.

2. En déduire la simplification de la fraction $\frac{70}{98}$ en une seule étape.

3. Nombres premiers entre eux

Définition : Deux nombres entiers a et b sont premiers entre eux signifie que leur PGCD est égal à 1.

Remarque : Si deux nombres entiers sont premiers entre eux, alors leur seul diviseur commun est 1 et réciproquement.

Exemple: Montrer que les nombres 1968 et 1789 sont premiers entre eux.

4. Fraction irréductible

Les nombres 1968 et 1789 sont premiers entre eux.

La fraction $\frac{1968}{1789}$ ne peut donc pas être simplifiée.

Définition : Une fraction est irréductible lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Remarque : Une fraction irréductible est une fraction qui ne peut plus être simplifiée.

On admet la propriété suivante :

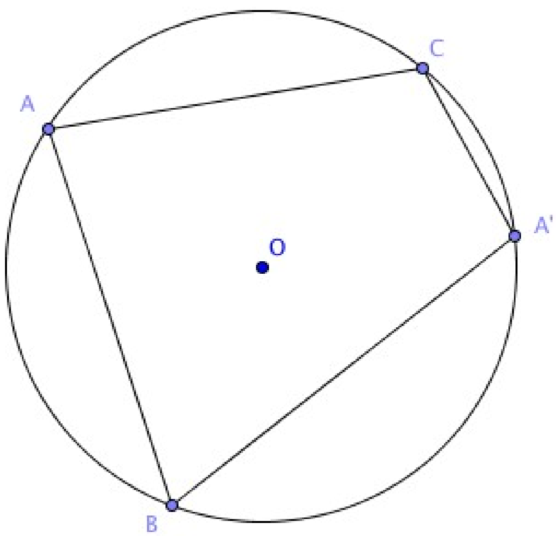
<u>Propriété :</u>

Soient *a* et *b* deux nombres entiers avec *b* non nul.

Si on simplifie la fraction $\frac{a}{b}$ par le PGCD de *a* et *b*, on otient une fraction irréductible.

Chapitre 3 : Angles inscrits et au centre.

1. Définitions



Données :

Les points A, B, C et A' appartiennent au même cercle (C) de centre O. (On dit qu'ils sont cocycliques).

Définition :

Un angle inscrit dans un cercle est un angle dont le sommet est le centre du cercle et dont les côtés coupent le cercle en des points distincts du sommet.

Exemples : $\widehat{BA'C}$ et $\widehat{BAC}$ sont deux angles inscrits dans le cercle (C).

Définition :

Soient A, B et C trois points d'un même cercle (C).

On appelle arc de cercle intercepté par l'angle inscrit l'arc de cercle d'extrémités B et C qui ne contient pas A.

Exemples : $\widehat{BAC}$ intercepte l'arc BC (en rouge). $\widehat{BA'C}$ intercepte l'arc BC (en bleu).

Définition : Un angle dont le sommet est le centre d'un cercle est appelé angle au centre de ce cercle.

2. Théorèmes

2.1 Angle inscrit et angle au centre interceptant un même arc de cercle.

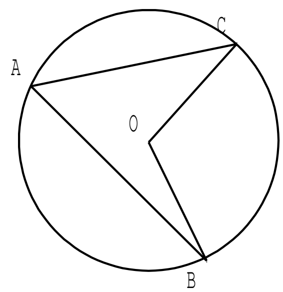


Figure 1

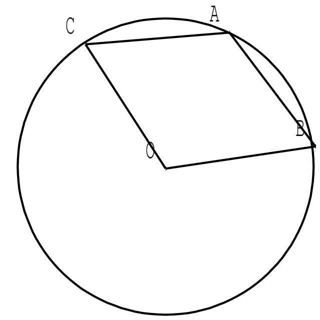


Figure 2

Données :

L'angle inscrit $\widehat{BAC}$ et l'angle au centre $\widehat{BOC}$ interceptent le même arc BC .

Données :

L'angle inscrit $\widehat{BAC}$ et l'angle au centre BOC interceptent le même arc BC .

On admet le théorème suivant :

Théorème :

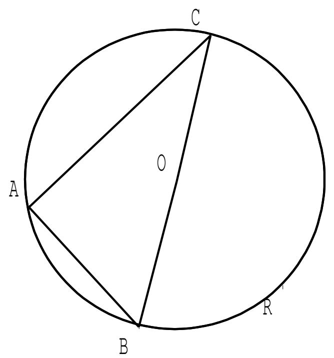
Si dans un cercle, une angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc, alors la mesure de l'angle au centre est égale au double de la mesure de l'angle inscrit.

Exemples :

Figure 1 : L'angle inscrit $\widehat{BAC}$ et l'angle au centre $\widehat{BOC}$ interceptent le même arc, on a donc : $\widehat{BOC} = 2 \times \widehat{BAC}$

Figure 2 : L'angle inscrit $\widehat{BAC}$ et l'angle au centre BOC interceptent le même arc, on a donc : BOC $= 2 \times \widehat{BAC}$

Cas particulier :



<u>**Données :**</u>

A appartient au cercle de diamètre [BC] et de centre O.

Si [BC] est un diamètre du cercle, alors l'angle au centre mesure 180°.

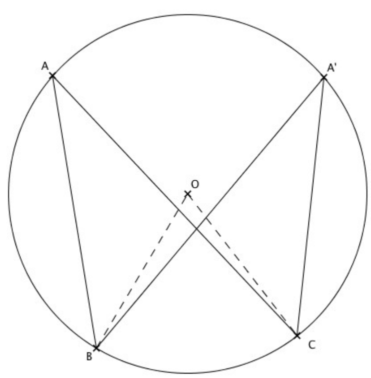
On déduit alors de la propriété précédente que l'angle inscrit   mesure 90°.

Donc le triangle ABC est rectangle en A

On redémontre ainsi le théorème vue en quatrième :

<u>**Théorème :**</u> **Si le cercle circonscrit à un triangle à pour diamètre un des côtés du triangle alors ce triangle est rectangle**

2.1 Angles inscrits interceptant le même arc.



<u>**Données :**</u>

Les angles inscrits $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BA'C}$ interceptent le même arc dans un cercle de centre O.

L'angle inscrit et l'angle au centre interceptent le même arc, on a donc : $\widehat{BAC} = \frac{\widehat{BOC}}{2}$

De la même façon, on montre que : $\widehat{BA'C} = \frac{\widehat{BOC}}{2}$

On en déduit que : $\widehat{BAC} = \widehat{BA'C}$

On vient de démontrer la propriété suivante :

<u>**Propriété : S**</u>**i dans un cercle, deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils ont la même mesure.**

Chapitre 4 : Introduction à la notion de fonctions.

Exercice 4.1

On considère le programme de calcul ci-dessous :

choisir un nombre de départ
multiplier ce nombre par (2)
ajouter 5 au produit
multiplier le résultat par 5
écrire le résultat obtenu.

Vérifier que,lorsque le nombre de départ est 2, on obtient 5.
Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on ?

Quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0 ?

Synthèse exercice 4.1

Pour un nombre positif $\boldsymbol{x}$ donné, on note $f(x)$, le nombre obtenu par le programme de calcul.

Pour tout nombre x, on a : $f(x) = 5(-2x + 5) = -10x +25$

On définit ainsi un processus calculatoire qui à un nombre x associe le nombre $-10x +25$.
Ce processus calculatoire qui consiste à associer à tout nombre positif $\boldsymbol{x}$, le nombre $-10x +25$ est appelé une fonction.
On a donc défini la fonction f qui à un nombre x associe le nombre $-10x +25$

Le mode de fonctionnement de cette fonction est noté de la façon suivante :

- $f : x \mapsto -10x +25$ (qui se lit « f est la fonction qui au nombre x associe le nombre $-10x +25$)
- *Ou :* Pour tout nombre x, $f(x) = -10x +25$

On a le tableau suivant :

x	2	3
$f(x)$	5	-5

Vocabulaires :

- Le tableau ci-dessus est un **tableaux de valeurs** de la fonction f.
- 5 est **l'image** de 2 par la fonction f, -5 est **l'image** de 3 par la fonction f.
- 2 est **un antécédent** de 5 par la fonction f.
- 3 est **un antécédent** de -5 par la fonction f.

Plus généralement, on donne les définitions suivantes :

<u>Définitions :</u> Soient *f* une fonction, *x* et *y* deux nombres tels que : *f(x)* = *y*.

Dans ce cas là, on dit que :

- ***y* est <u>l'image</u> de *x* par *f*.**
- ***x* est <u>un antécédent</u> de *y* par *f*.**

<u>Remarques :</u>

- Si un nombre a une image par une fonction *f*, alors celle-ci est unique.
- Un nombre peut avoir aucun, un ou plusieurs antécédents par une fonction,
  Par exemple si on définit la fonction *f* par :

  Pour tout nombre x, $f(x) = x^2$

  Alors 9 a deux antécédents par *f* : 3 et -3
  Par contre, -1 n'a pas d'antécédent par *f* car l'image de tout nombre par *f* est positif.

Chapitre 5 : Racines carrées 1

1 1. Racine carrée d'un nombre positif

1.1 Préliminaire

Soit a un nombre, alors : $a^2 = a \times a$ est le produit de deux nombres de même signe, c'est donc un nombre positif.

On vient de démontrer la propriété suivante :

Propriété 1 : Le carré d'un nombre réel est positif.

On admet la propriété suivante :

Propriété 1 : Pour tout nombre strictement positif *a*, il existe deux nombres opposés l'un de l'autre dont le carré est *a*.

Exemple : $16 = 4^2 = (-4)^2$; $\frac{16}{5} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(-\frac{4}{5}\right)^2$

Remarque : Le seul nombre dont le carré soit égal à 0 est 0.

1.2 Définition

Définition :

Soit a un nombre positif,

On appelle racine carrée de *a* le nombre positif dont le carré est *a*.

On le note : $\sqrt{a}$ **.**

Autrement dit : a est l'unique nombre tel que : $\sqrt{a} \geqslant 0 \ et \ \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

Exemples : $\sqrt{36} = 6$; $\sqrt{0{,}09} = 0{,}03$; $\sqrt{0} = 0$; $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

Vocabulaire : √ est appelé le **radical**.

Remarques :

Avec la calculatrice, on obtient : $\sqrt{2} \approx 1{,}414$ par arrondi au millième.
Mais 1,414 n'est qu'une valeur approchée décimale de $\sqrt{2}$.
En effet, on peut démontrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre décimal, on peut même démontrer que $\sqrt{2}$ ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction.

2. Equations du type « $x^2=a$ »

2.2 Etude de l'équation « $x^2 = a$ »

Soit a un nombre, on désire résoudre l'équation $x^2 = a$.

Premier cas : a est strictement négatif.

Le carré d'un nombre réel étant toujours positif, on en déduit que l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.

Deuxième cas : a est strictement positif.

D'après la propriété 1 bis, l'équation $x^2 = a$ a deux solutions $\sqrt{a}$ *et* $-\sqrt{a}$.

Troisième cas : a = 0.

Le seul nombre dont le carré soit 0 est 0.

2.3 Enonce du théorème

On vient de démontrer partiellement le théorème suivant :

Théorème 1 :

Soit *a* un nombre.

Si $a > 0$, l'équation $x^2 = a$ deux solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

Si $a = 0$, l'équation $x^2 = 0$ a une unique solution : 0.

Si $a < 0$, l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution.

2.4 Exemples de résolution

Résoudre l'équation $x^2 = -3$.

Le carré d'un nombre est toujours positif donc cette équation n'a pas de solution.

Remarque : Ici on n'a pas appliqué le théorème mais « refait » la démonstration du cas *a* strictement négatif.

Résoudre l'équation $x^2 = 5$

5 est un nombre strictement positif donc l'équation $x^2 = 5$ a deux solutions $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$.

3. Etude de $\sqrt{a^2}$

Si a est positif, a est le nombre positif dont le carré est a^2, d'après la définition, on a : $\sqrt{a^2} = a$.

Si a est négatif, alors $-a$ (l'opposé de a) est le nombre positif dont la carré est a^2, d'après la définition , on a : $\sqrt{a^2} = -a$

On vient de démontrer la propriété suivante :

Propriété 2 :

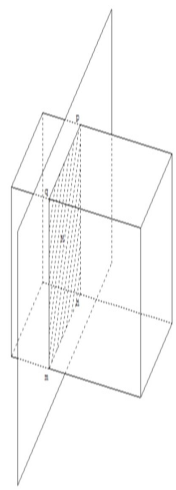
Pour tout nombre positif a, on a : $\sqrt{a^2} = a$.

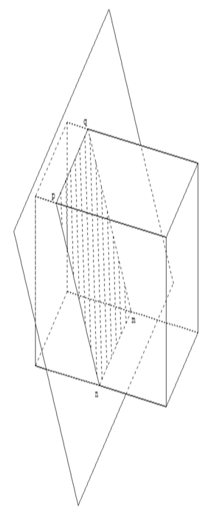
Pour tout nombre négatif a, on a : $\sqrt{a^2} = -a$.

Chapitre 6 : Espace 1. Sections planes

Toutes les propriétés énoncées dans ce chapitre sont admises.

1. Section d'un pavé par un plan :



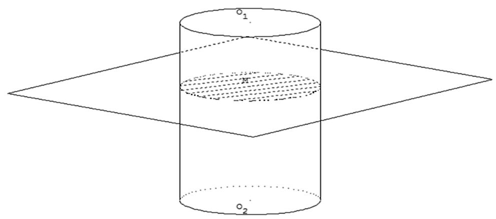


<u>Propriété :</u>

La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face ou par un plan parallèle à une arête est <u>un rectangle</u>.

2 Section d'un cylindre par un plan

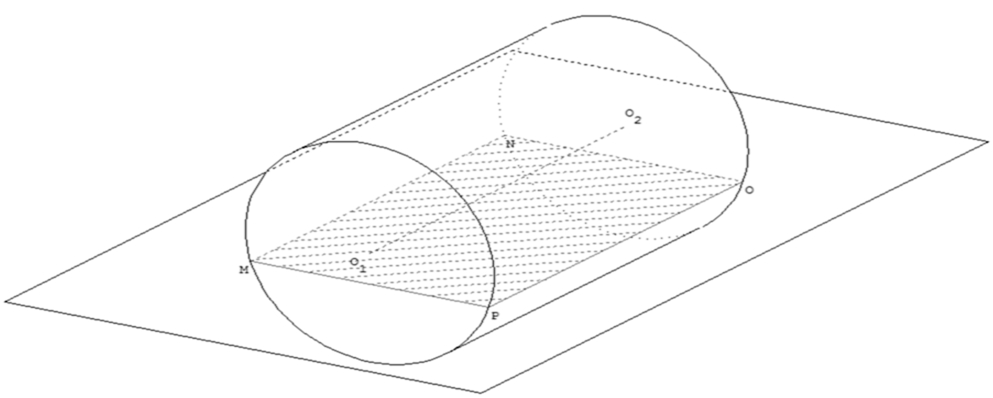
2.1 Plan parallèle à la base



Propriété :

La section d'un cylindre par un plan perpendiculaire à l'axe du cylindre est un cercle dont le centre appartient à l'axe du cylindre.

2.2 Plan parallèle à l'axe



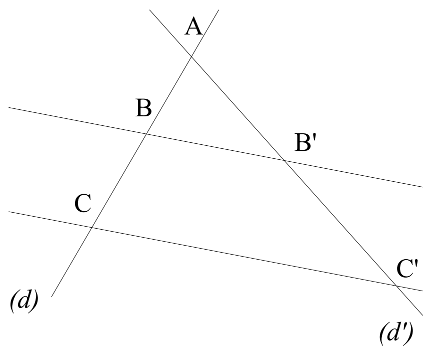
Propriété :

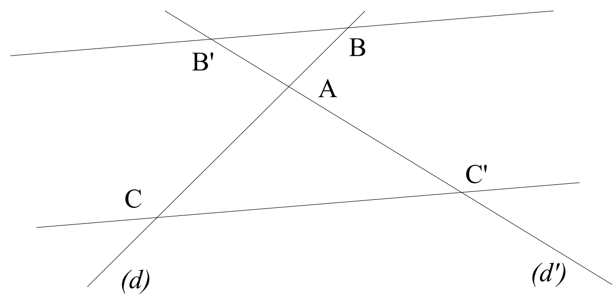
La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe du cylindre est un rectangle.

Chapitre 7 : Réciproque du théorème de Thalès

1.1Réciproque du théorème de Thalès

1.1. Enoncé du théorème





On admet le théorème suivant :

<u>**Théorème : réciproque du théorème de Thalès :**</u>

Soient *(d)* et *(d')* deux droites sécantes en A.

Soient B et C deux points de *(d)* distincts de A.

Soient B' et C' deux points de *(d')* distincts de A.

Si

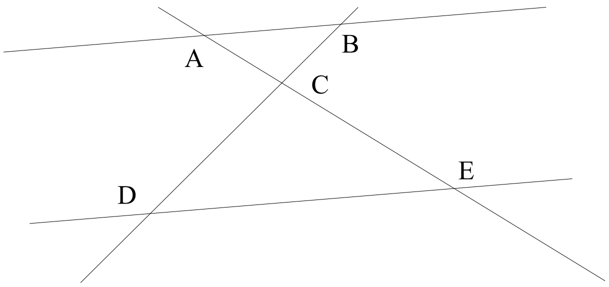
1. $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AB'}{AC'}$
2. Les points A, C, C d'une part et A, B', C' d'autre part sont alignés dans le même ordre.

<u>alors</u> les droites (BB') et (CC') sont parallèles.

Remarques :

- Dans la pratique, l'alignement des points est parfois lu sur le dessin.
- La condition sur la position des points qui n'est pas nécessaire pour le théorème direct, explique que l'on ne devrait pas parler en toute rigueur de réciproque de la propriété de Thalès, néanmoins nous nous conformerons à l'usage. (Voir exercice).
- Il est cependant possible d'énoncé la propriété de Thalès de telle sorte que sa réciproque soit vraie. Mais cette formulation n'est pas au programme.

2. Utiliser la réciproque du théorème de Thalès pour démontrer que deux droites sont parallèles.



Données :

- Toutes les mesures de longueur sont exprimées en *cm*.
- Les points A, C, E d'une part et B, C, D d'autre part sont alignés dans le même ordre.
- AC = 3 cm, CE = 7 cm , BC = 1,5 cm et CD = 3, 5 cm.

Question : les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles?

$\frac{CA}{CE}=\frac{3}{7}$ **et** $\frac{CB}{CD}=\frac{1,5}{3,5}=\frac{1,5\times 2}{3,5\times 2}=\frac{3}{7}$

On sait que :

- $\frac{CB}{CD}=\frac{CA}{CE}=\frac{3}{7}$
- **Les points A, C et E d'une part et B, C et D d'autre part sont alignés dans le même ordre.**

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Chapitre 8 : Probabilités.

1. Introduction

1.1Approche expérimentale à l'aide d'un tableur.

1.1.1 Lancer une pièce équilibrée

A l'aide du tableur, on a simulé le lancé d'une pièce.

Quand on répète N fois cette expérience aléatoire, on observe que lorsque N devient de plus en plus grand, la fréquence de réalisation d'une des deux issues tend à se stabiliser vers une valeur proche de 1/2.

On admet que si la pièce est bien équilibrée, les « chances d'obtenir » l'une des deux issues possibles (pile ou face) sont les mêmes.

1.1.2 Lancer un dé équilibré.

A l'aide du tableur, on peut simuler le lancé d'un dé.

Quand on répète N fois cette expérience aléatoire, on observe que lorsque N devient de plus en plus grand, la fréquence de réalisation d'une des six issues tend à se stabiliser vers une valeur proche de 1/6.

On admet que si le dé est bien équilibrée, les « chances d'obtenir » l'une des six issues possibles sont les mêmes.

1.1.4 Synthèse

Dans une <u>expérience aléatoire</u>, on ne peut pas prévoir le résultat.

On admet qu'à chaque <u>issue</u> on peut faire correspondre un nombre qui « caractérise » les chances d'obtenir cette issue».

Ce nombre s'appelle la <u>**probabilité** d'obtenir cette issue.</u>

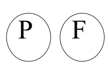
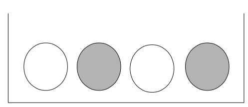
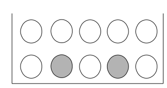
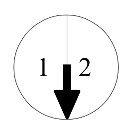
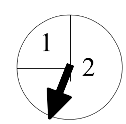
Exemples :

- Pour le lancé d'une pièce équilibrée, la probabilité « d'obtenir pile » est 1/2 tout comme la probabilité « d'obtenir face » .
- Pour le lancé d'un dé équilibré, la probabilité « d'obtenir 1 » est 1/6 tout comme la probabilité d'obtenir un autre chiffre compris entre 1 et 6.

Remarque :

Dans les deux exemples ci-dessus, toutes les issues ont la même probabilité.
On parle de situations <u>**d'équiprobabilité.**</u>

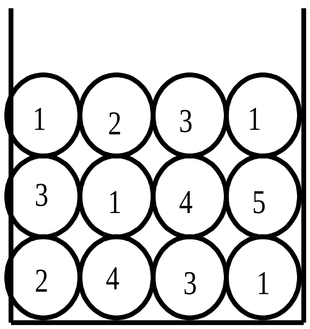
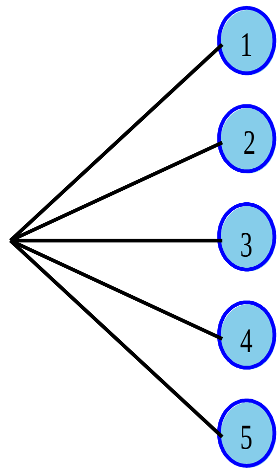
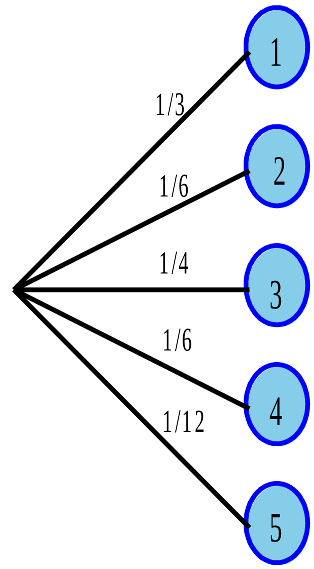
1.2 Exemples

Lancer une pièce équilibrée	Tirage dans une urne	Tirage dans une urne	Roue de loterie	Roue de loterie
				
P(face) = P(pile) = $\frac{1}{2}$	P(grise) = P(blanche) = $\frac{2}{4}$ = $\frac{1}{2}$	P(grise) = $\frac{2}{10}$ = $\frac{1}{5}$ P(blanche) = $\frac{8}{10}$ = $\frac{4}{5}$	P(1) = P(2) = $\frac{1}{2}$	P(1) = $\frac{1}{4}$ P(2) = $\frac{3}{4}$

1 Remarques :

- Les situations 1 et 2 sont des situations d'équiprobabilité.
- La situation 5 n'est pas une situation d'équiprobabilité.

2. Représentation et traitement

Situation	Arbre des possibles	Arbre pondéré avec les probabilités
Tirage d'une boule dans une urne 		

3. Définitions et propriétés

2 **Définitions :**

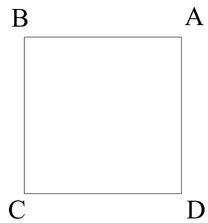
- **Une expérience est dite aléatoire lorsqu'on ne peut pas en prévoir avec certitude le résultat.**
- **On appelle issue d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.**
- **L'ensemble des issues est appelé univers.**
- **Tout ensemble d'issues est appelé événement.**
- **Un événement élémentaire contient une seule issue.**
- **L'événement certain contient toutes les issues.**
- **L'événement impossible ne contient aucune issue.**
- **Des événements sont incompatibles ils n'ont aucune issue en commun.**
- **Deux événements sont contraires si toutes leurs issues forment l'univers et que ils n'ont aucune issue en commun**

3 Propriétés :

- **La probabilité d’un événement est comprise entre 0 et 1.**
- **La somme des probabilités d’un événement et de son contraire est égale à 1.**
- **La probabilité d'un événement (autre que l'événement impossible) est égale à la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent.**
- **La probabilité d’un événement qui ne peut pas se produire (événement impossible) est égale à 0.**

Chapitre 9 : Représentation graphique des fonctions.

Dans toute la suite, $\boldsymbol{x}$ désigne un nombre positif.



Donnée :

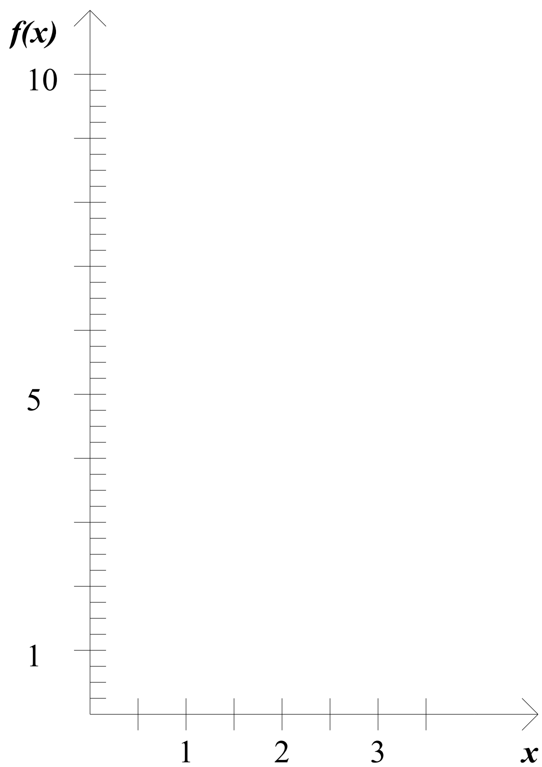
- ABCD est un carré dont les côtés mesurent $\boldsymbol{x}$ cm.

Pour un nombre positif $\boldsymbol{x}$ donné, on note $f(x)$ l'aire du carré.

Pour tout nombre positif x, on a : $f(x) = x^2$

On a le tableau de valeurs suivants :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9



Définition :

La représentation graphique d'une fonction *f* dans un repère ce sont tous les points qui ont pour coordonnées *(x ; f(x))*.

Remarque : cette définition signifie que :

1. Si x est un nombre alors le point de coordonnées $(x\ ;f(x))$ appartient à la représentation graphique de f.
2. Réciproquement si un point $M(x\ ;\ y)$ appartient à la représentation graphique de f alors $y = f(x)$.

Chapitre 10. Identités remarquables

Soient a et b deux nombres

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$
$$(a + b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2$$
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

De même, on a :

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$
$$(a - b)^2 = a^2 - ab - ba + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Et :

$$(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ba - b^2$$
$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

On vient de démontrer le théorème suivant :

Théorème :

Pour tous nombres *a* et *b*, on a :

Développement

$\longrightarrow$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$\longleftarrow$

Factorisation

Remarques :

Ces trois formules sont des identités remarquables.

Chapitre 11 : Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues 1.

1. Définitions

Exercice 12.1

Alexandra propose à Richard l'énigme suivante :

J'ai choisi deux nombres. Si j'ajoute le second nombre au double du premier nombre j'obtiens -3.
Si je retranche au premier nombre le double du second nombre, j'obtiens -4.

Peux-tu trouver ces deux nombres ?

Résoudre l'énigme proposée par Alexandra

Appelons x le premier nombre et y le deuxième, on a :

$$2x + y = -3 \ (1) \qquad \text{et} \qquad x - 2y = -4 \ (2)$$

Ces égalités sont appelées **des équations du premier degré à deux inconnues.**

Pour résoudre l'énigme d'Alexandra, il faut trouver les couples de nombres qui sont solutions simultanément des équations (1) et (2).
On parle de **système** formé par les équations (1) et (2).
Pour signifier que les deux équations sont vérifiées simultanément, on met une accolade :

$$\begin{cases} x-2y=-4 \\ 2x+y=-3 \end{cases}$$

Le couple (-2 ; 1) est solution des équations (1) et (2). On dit que le couple (-2 ; 1) est une solution du système.
Par contre, (1 ; -5) est solution de l'équation (1) mais pas de l'équation (2), ce couple n'est donc pas solution du système.

Définitions :

- **Un couple de nombres est solution d'un système de deux équations à deux inconnues signifie qu'il est solution des deux équations.**
- **Résoudre un système de deux équations à deux inconnues, c'est trouver tous les couples solutions du système.**

Remarque :

On obtient à partir de (1) que : $y = -2x - 3$.

Ainsi à chaque valeur de x correspond une valeur de y, on en déduit que l'équation (1) a une infinité de solutions.
Il en est de même pour l'équation (2).

2. Résolutions d'un système par combinaison linéaire (par élimination) :

L'objectif des deux méthodes qui décrites ci-après c'est de ramener la résolution du système à la résolution d'une équation du premier degré avec une seule inconnue.

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x-2y=-5 \end{cases}$$

Le principe c'est d'éliminer l'une des deux inconnues.
Par exemple, ici on choisit d'éliminer ***x***.

- On multiplie les deux membres de la première équation par 3 et ceux de la deuxième par 2.
  Et on obtient le système ci-dessous qui a les mêmes solutions que le système (S).

$$\begin{cases} 6x+9y=3 \\ 6x-4y=-10 \end{cases}$$

- On en déduit que :

$$6x + 9y - (6x - 4y) = 3 - (-10)$$
$$13y = 13$$
$$y = 1$$

- On reporte la valeur de y obtenue dans la deuxième équation :

$$3x - 2 \times 1 = -5$$
$$3x = -5 + 2$$
$$3x = -3$$
$$x = -1$$

Vérifications :

- $2 \times (-1) + 3 \times 1 = -2 + 3 = 1$.
- $3 \times (-1) - 2 \times 1 = -3 - 2 = -5$.

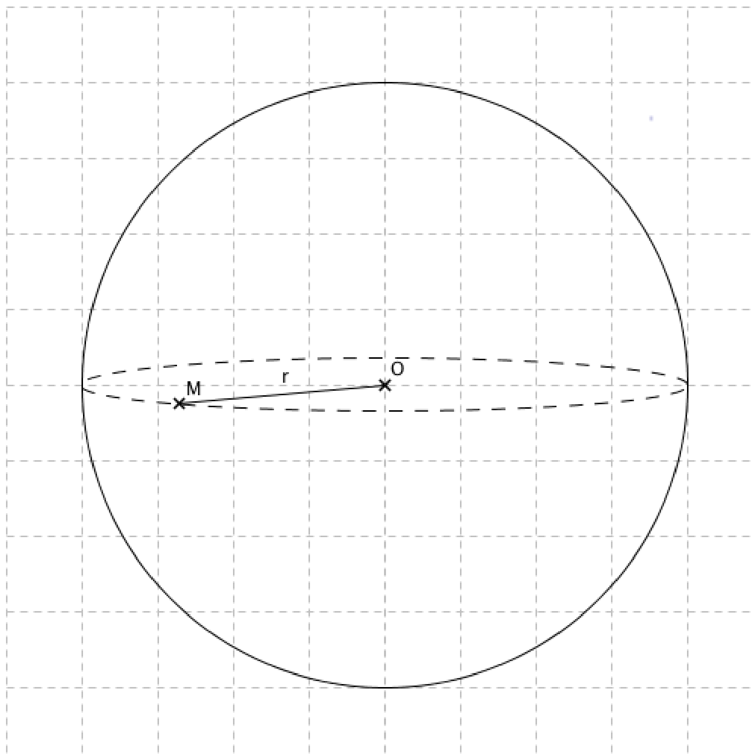
Conclusion : Le couple $(x ; y)$ solution du système est le couple $(-1 ; 1)$

Remarque :
On aurait pu choisir d'éliminer y. Pour cela, on peut multiplier la première équation par 5 et la deuxième par 3.

Chapitre 12 : Sphère et boule

1. La sphère et la boule

1.1 Définitions



Définitions :

Soient *r* un nombre positif et *O* un point de l'espace.

1. La sphère de centre *O* et de rayon *r*, ce sont tous les points *M* de l'espace tels que : $OM = r$.

2. La boule de centre *O* et de rayon *r*, ce sont tous les points *M* de l'espace tels que : $OM \leqslant r$.

2.2 Aire de la sphère

On admet le théorème suivant :

Théorème :

Soit r un nombre positif.

L'aire A d'une sphère de rayon r est donnée par la formule :

$$A = 4\pi r^2$$

Exemple : Calculer l'aire A d'une sphère de rayon 5 cm.

$A = 4 \times \pi \times 5^2$

$A = 100 \times \pi$ (valeur exacte)

$A \approx 314$

L'aire de la sphère est égale à 100π *cm²* soit environ 314 *cm²* par arrondi au *cm²* près.

2.3 Volume de la boule

On admet le théorème suivant :

Théorème :

Soit r un nombre positif.

Le volume V d'une boule de rayon r est donné par la formule :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Exemple : Calculer le volume V d'une boule de rayon 2 mètres.

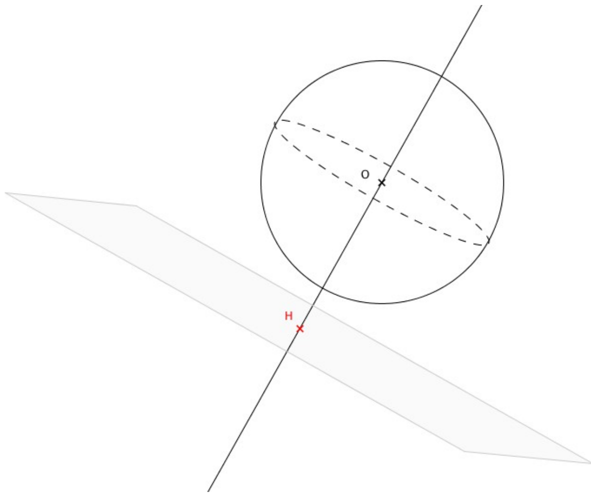
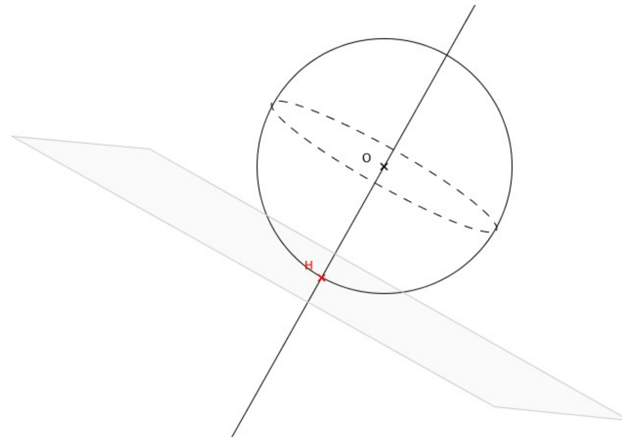
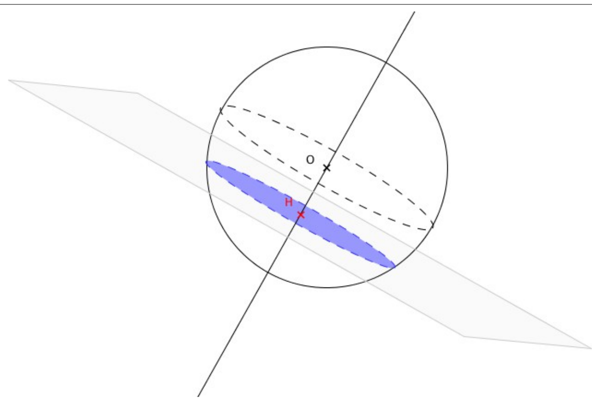
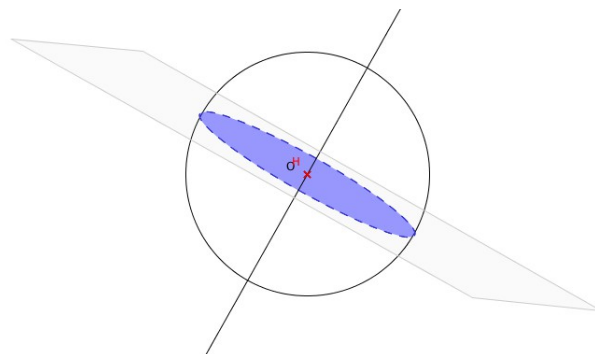
$V = \frac{4}{3}\pi \times 2^3$

$V = \frac{32}{3}\pi$

$V \approx 34$

Le volume de la boule est égale à $\frac{32}{3}\pi$ *cm³* soit environ 34 *cm³* par arrondi au *cm³* près.

2. Section d'une sphère par un plan

	
Cas : OH > r	***Cas : OH = r***
	
Cas : 0 < OH < r	***Cas : OH = 0***

On admet la propriété suivante :

Propriété :

Soient O un point et *r* un nombre positif.

Soit *(S)*, la sphère de centre *O* et de rayon *r*.

Soit *(d)* une droite passant par *O* et *H* un point de *(d)*.

Soit *(P)* le plan passant par *H* et perpendiculaire à *(d)*

- **Si $OH = 0$ (c'est à dire que *H* et *O* sont confondus) alors l'intersection de *(P)* et de *(S)* est un cercle de centre *O*.**
  Un tel cercle est appelé grand cercle de *(S)*.
- **Si $0 < OH < r$, alors l'intersection de *(P)* et de *(S)* est un cercle de centre *H*.**
- **Si $OH = r$, alors l'intersection de *(P)* avec *(S)* est réduite au point *H*.**
  On dit alors que *(P)* est tangent à *(S)*.
- **Si $OH > r$, alors *(P)* et *(S)* n'ont aucun point en commun.**

Exercice

On suppose que la sphère a pour rayon 10 *cm* et que OH = 6 *cm*.
Quel est le périmètre et quelle est l'aire du cercle de section?

Soit A, un point du cercle de section.

- Dans le triangle AHO, rectangle en H, on a d'après le théorème de Pythagore :

$AO^2 = AH^2 + HO^2$

$10^2 = AH^2 + 6^2$

$AH^2 = 100 - 36 = 64$

$AH = 8$

- On calcule le périmètre du disque de section :

$P = 2 \times \pi \times 8 = 16\,\pi$

Le périmètre du cercle de section est égal à $16\,\pi$ *cm.*

- On calcule l'aire du disque de section :

$A = \pi \times 8^2 = 64\,\pi$

L'aire du disque de section est égale à $64\,\pi\,cm^2$.

Chapitre 13 : Fonctions linéaire et affine

1. Définition

1.1 Définition

Définition

Une fonction *f* est une fonction linéaire signifie qu'il existe un nombre *a* tel que :

Pour tout nombre x , $f(x) = ax$.

***a* est le coefficient de cette fonction.**

Une fonction *f* est une fonction affine signifie qu'il existe deux nombres *a* et *b* tel que :

Pour tout nombre x , $f(x) = ax + b$.

1.2 Lien avec la proportionnalité

On admet les propriétés suivantes :

Propriétés

- **Si *f* est une fonction linéaire alors les nombres sont proportionnels à leurs images par *f*.**
- **Réciproquement, si une fonction *f* est telle que les nombres soient proportionnels à leurs images par *f* alors *f* est une fonction linéaire.**

2. Représentation graphique

2.1 Définition

Définition

La représentation graphique d'une fonction f cdans un repère, ce sont tous les points qui ont pour coordonnées *(x ; f(x))*

2.2 Représentation graphique d’une fonction linéaire

Théorèmes :

- **La représentation graphique d’une fonction linéaire est une droite qui passe par l’origine.**
- **Réciproquement si une fonction est représentée par une droite passant par l’origine alors c’est une fonction linéaire.**

Exemple : Représenter graphiquement la fonction $f : x \mapsto 2x$

f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine.

x	-3	2
$f(x)$	-6	4

Donc cette droite passe par les points de coordonnées (0 ; 0) ; (-3 ; -6) et (2 ; 4).

2.2 Représentation graphique d’une fonction affine

On admet les théorèmes suivants :

Théorèmes :

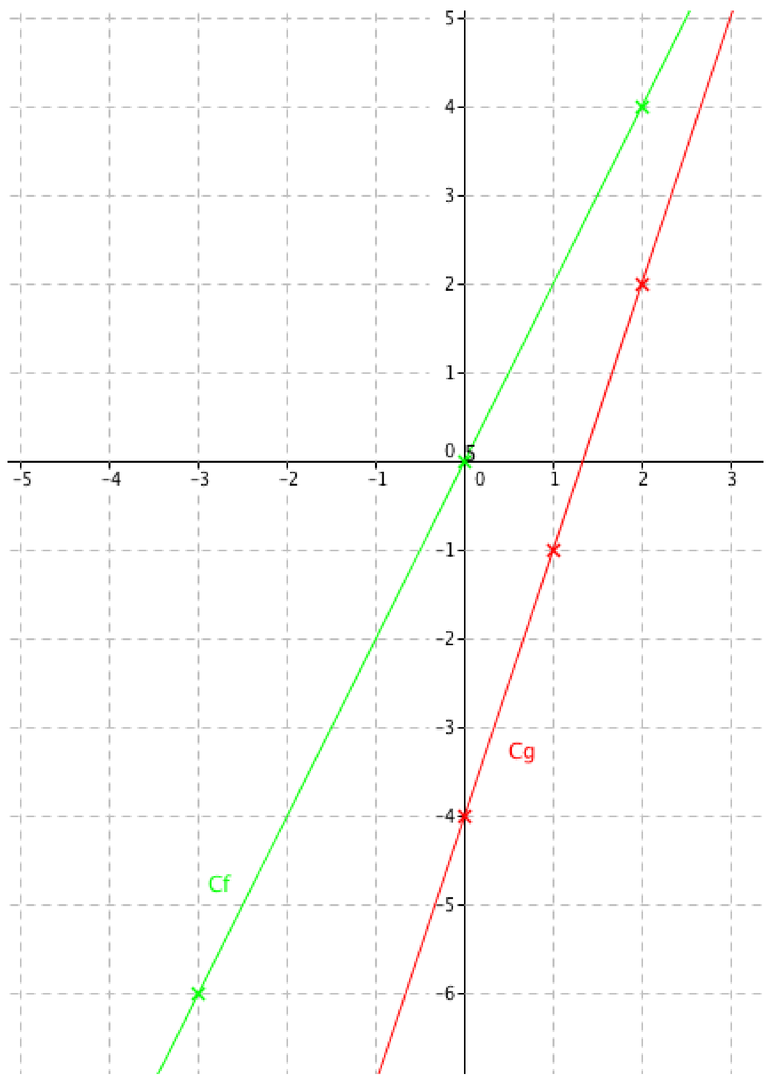
- **La représentation graphique d’une fonction affine est une droite.**
- **Réciproquement si une fonction est représentée par une droite c’est une fonction affine.**

Exemple : Représenter graphiquement la fonction *g : x ∵ 3x-4*

g est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite

x	*0*	*1*	*2*
f(x)	*-4*	*-1*	*2*

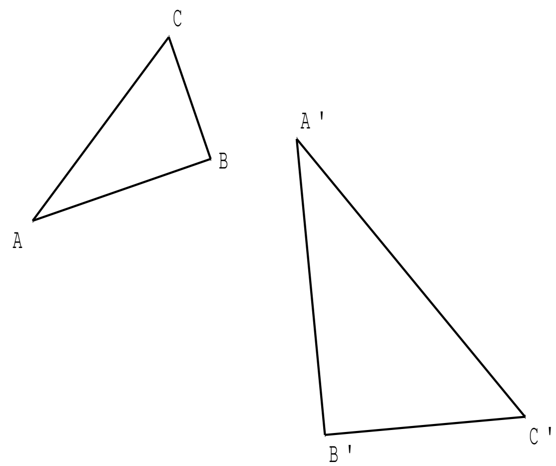
Donc cette droite passe par les points de coordonnées (0 ; -4) ; (1 ; -1) et (2 ; 2).



Chapitre 14: Trigonométrie

1. Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle

1.1 Propriété



Données :

- ABC et A' B' C' sont deux triangles respectivement rectangles en B et B'.
- $\widehat{CAB} = \widehat{C'A'B'}$

On admet la propriété suivante :

Propriété :

Si ABC et A'B'C' sont deux triangles respectivement rectangles en B et B' avec $\widehat{BAC} = \widehat{B'A'C'}$ **alors :**

$$\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'} \quad \textbf{et} \quad \frac{BC}{AC}=\frac{B'C'}{A'C'} \quad \textbf{et} \quad \frac{BC}{AB}=\frac{B'C'}{A'B'}$$

1.2 Définitions

On pose alors les définitions suivantes :

Définitions

Soit ABC un triangle rectangle en B

- **Cosinus de l'angle :**

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{BAC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

- **Sinus de l'angle :**

$$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{BAC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

- **Tangente de l'angle :**

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \widehat{BAC}}{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{BAC}}$$

Remarques :

- On a aussi : $\cos \widehat{BCA} = \frac{BC}{AC}$; $\sin \widehat{BCA} = \frac{AB}{AC}$; $\tan \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC}$
- On peut retenir ces trois égalités à l'aide de « SOHCAHTOA ».